取り替えたほうが期待値は上がります。最初の封筒から2倍になると2万円得、半分になると1万円損ですから、勝てば大きい、負けても小さい勝負となります。

この計算は先ほど同様、どこかで矛盾が生じるのでは？　と思われるかもしれませんが、今度は大丈夫です。

先ほどは、もう1つの封筒を初めに手にしたとして計算すると結果が逆転しました。さらに、永遠に取り替えれば永遠に期待値が上がっていくという奇妙な計算になってしまいました。

しかし、本当に最初の封筒を開け、それが2万円だったとすると、このような奇妙な計算にはなりません。

初めにもう1つの封筒を選んでいたとしたら、取り替えれば2万円になるのですから、今手にしている封筒（もう1つの封筒）には1万円か4万円が入っていることが確定します。つまり、今もっている封筒（もう1つの封筒）の期待値を計算すると2万5000円となり、最初の封筒は2万円に決まっているので、無事取り替えないほうが得という計算結果となります。

一方の封筒が2万円に決定している問題の場合、金額が決まっていないほうの封筒を選択すると期待値が5000円高くなる、これが正しい解答となります。

封筒を開くというたった1つの動作で確率が変わったと考えると混乱してしまいますが、問題の前提条件が変わったから答えが変化するのは当然と考えると理解しやすいと思います。

【思考実験No.24】

エレベーターの男女

あなたは最上階である10階のエレベーターに最も近いレストランの従業員です。

10階のレストランフロアには男女が半々で訪れます。偏りは全くなく、どの時間であっても男女の比率は半々で変わりないとします。

あなたは新商品のスイーツを女性にすすめたいので、女性がエレベーターから降りてきたら、一番早く声をかけようと考えています。

このエレベーターは少し変わっていて、乗っている人数と乗客の性別がランプで表示されるようになっていたのですが、現在は女性側の表示ライトが壊れてしまい、男性が乗っているかいないかしか分かりません。

毎日エレベーターの性別表示を見ては急いで店の前に立っていたあなたには不便でたまりません。

（いつものように性別が女性が乗っているかも事前に分かればいいのに）

今、エレベーターの表示は男性側はランプがついており、乗客は2人となっています。
2人の目的地である10階のレストランフロアに到着しました。あなたはエレベーターに女性が乗っている確率が少しでも高いならエレベーターの前に立とうとしています。
今回のように、少なくとも1人が男性とわかっているとき、あなたはエレベーターの前に立つべきでしょうか。

考え方のヒント

2人乗っていて1人が男性だからといって、もう1人が女性である確率は2分の1以上になることはない。だからあえてエレベーターの前に立つ必要はない。それが多くの方の直感でしょう。

1人が男性だったとしても、もう1人の性別に何ら影響を与えることはない。

もう1人の客にとって、エレベーターに乗り合わせた人は存在すら関係ないことで、この人がいるだけで男女の確率が変わるなんて考えられない。確率は男性と女性が2分の1ずつで、予想はまったくつかないはず。

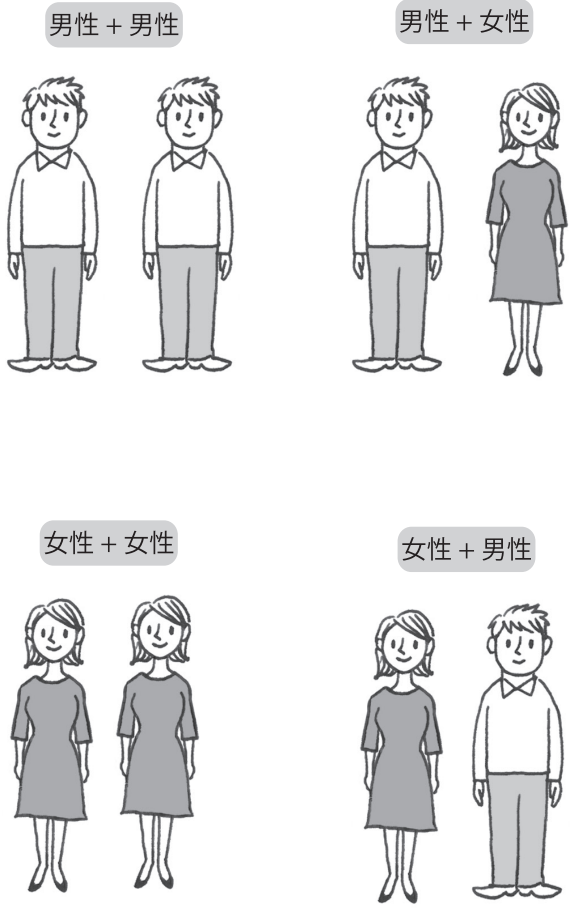
そう考えるのが自然です。

しかし、実際は男女で確率が異なるのです。

この問題は、多くの人が考える確率と実際の確率が異なる問題です。実際に実験をしてみるとわかりますが、確かに比率が異なります。

まず、191ページの図を見てください。2人の性別は図の4つの組み合わせのうちのいずれかとなります。

男女の組み合わせは4通り



この問題では、事前の条件として男性と女性の人数が同じであるとしています。これは、もともとの男女の人数に違いがあれば、この4通りが起こる確率自体に違いが出るためです。

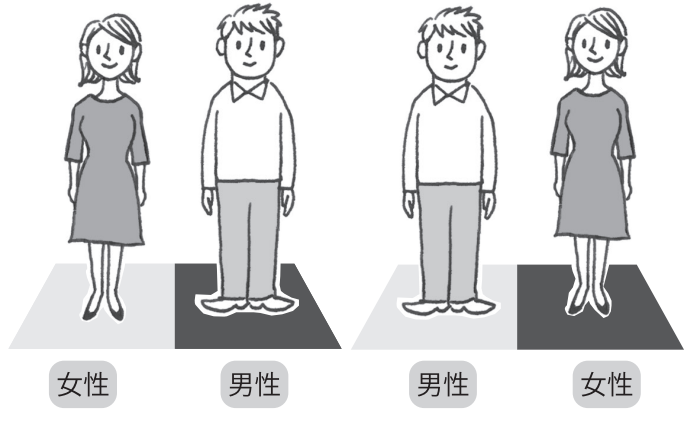
「ん？　2つ目と3つ目はともに男性1人、女性1人という組み合わせだけれど？」と感じるかもしれませんが、この2つは明確に分けて考える必要があります。

次のように考えると少しは考えやすいかもしれません。

エレベーターの左側は黒、右側は白い床になっています。2人は必ずどちらかが黒、どちらかが白の床に乗ります。

すると、191ページの2つのケースは別々の状態を示していることがわかります。

エレベーターの床の色で考える



どちらも乗っているのは男女1人ずつですが、2通りの乗り方があるのです。

それでも、実際に床に色分けがされているわけでもなければ、乗る場所が指定されているわけでもないので、あまり納得できないでしょうか。

このことは、統計でもはっきりと示されています。

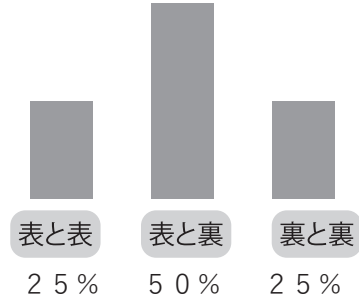
エレベーターの2人の性別をコインの裏表に置き換えて実験してみてください。

2枚のコインを用意し、放り投げてみるのです。100回も繰り返すと、表・表と、裏・裏のケースよりも、表と裏が1つずつ出るケースのほうが多くなります。

2枚のコインを同じコインとして扱うと、

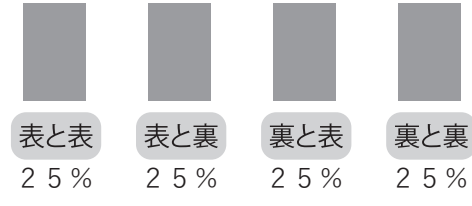
コインの組み合わせ

コイン投げの確率



なぜ起こる事象の確率に差があるのか？

こう考えると、偏りがなくなる。



コインＡが表だったのか、
コインＢが表だったのかは
別の事象として考える必要がある

194ページ図の上のように偏った確率となり不自然な結果になります。

コインは別々のものとして考え、コインAが表でコインBが裏だったのか、コインAが裏でコインBが表だったのかは別の結果として考えると、194ページの下のようにすべての事象が同じ確率で起こると説明できます。

同様に、エレベーターに乗っている2人も、別々に考える必要があります。すると、191ページの4通りとなります。

問題では、エレベーターの表示では男性が乗っていると出ていたと書かれています。

つまり、エレベーターに乗っていた2人のうちのどちらかは男性であったということです。

エレベーターから先に男性が降りてきた時の組み合わせ

4つの組み合わせのうち、男性が1人含まれる組み合わせは次の3つです。

1人が男性であるとわかると、可能性のある組み合わせは、男性－男性、男性－女性、女性－男性です。

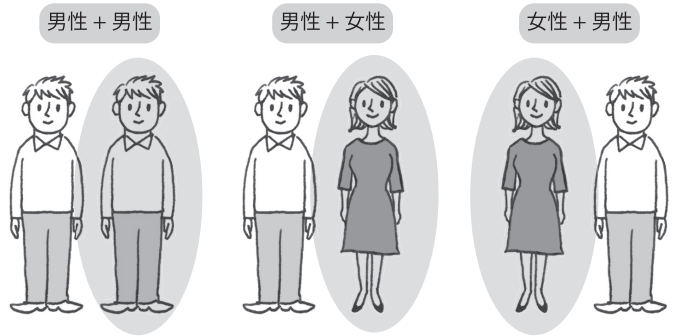
この3つが同確率で起こることになります。すると、1人が男性であった場合、残りの1人は男性か、女性か、女性です。

1人が男性とわかった場合、もう1人は女性である確率のほうが2倍高くなるのです。

男性が3分の1、女性が3分の2の確率で起こる、というのが結論となります。

感覚で物事をとらえようとすると、この事実はなかなか理解しにくいですが、計算上、統計上は確かに男女の確率は異なるのです。

1人が男性だと、残りの1人が女性である確率は2倍高い



1人は男性なので、
もう1人は男性1に対して女性2の割合となる

【思考実験No.25】

あり得ない計算式

ユウトは算数サークルでおかしな計算式の証明をすることになりました。それが次の式です。

1＝0・99999999……

（いや、すでにこの時点で間違っているだろう……）と思い、父親に相談しました。すると意外な答えが返ってきたのです。

「確かにその計算式は合っている。ちょっと考えれば解決の糸口は見つかるはずだ」

（1＝0・99999999……が合っている……？　ちょっと考えるだけで見つかるような簡単な糸口なのか？）とユウトは考え始めました。

そして、ユウトはある計算式を導き出しました。